Gebrochenrationale Funktionen

Bestimmung der Asymptote:

- ⇨ Ist der **Zählergrad** *kleiner* als der **Nennergrad**, so ist die **x-Achse** Asymptote: a(x) = 0. (Eine Polynomdivision ist dann nicht nötig!)
- ⇨ Ist der **Zählergrad** *gleich* oder *größer* als der **Nennergrad**, wird die Gleichung der Asymptote durch *Polynomdivision* ermittelt.

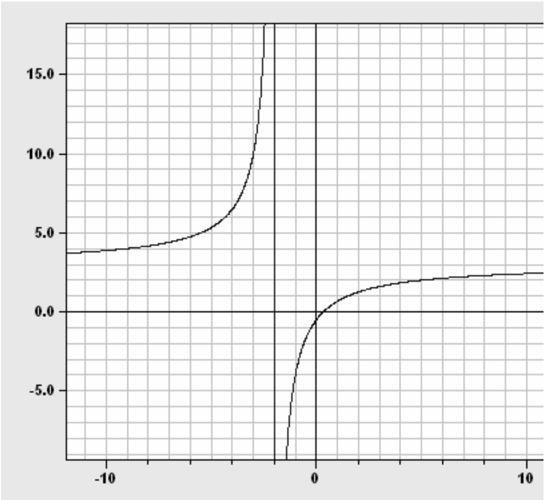
Aufgaben:

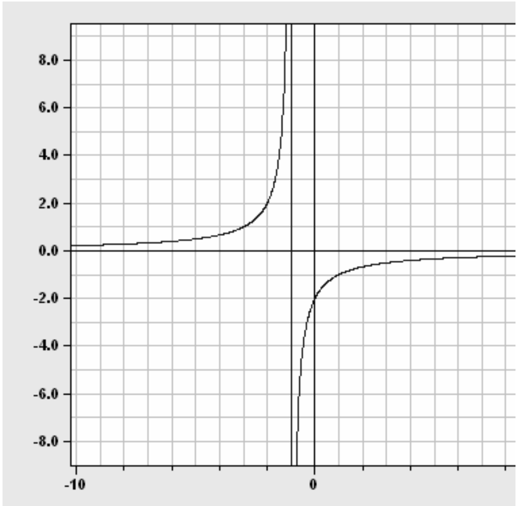
1. $f(x) = \frac{3x-1}{x+2}$
2. $f(x) = \frac{-2}{x+1}$
3. $f(x) = \frac{(x-2)^2}{(x^2-4)}$
4. $f(x) = \frac{1}{x(x-2)}$
5. $f(x) = \frac{x^2+2x+1}{x-1}$
6. $f(x) = \frac{-2x}{x-1}$
7. $f(x) = \frac{1}{x}$
8. $f(x) = \frac{1}{x(x-2)^2}$
9. $f(x) = \frac{x-2}{x+1}$

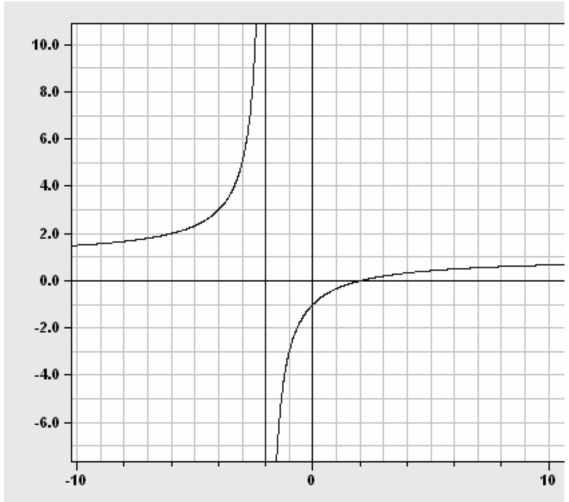
Lösungen:

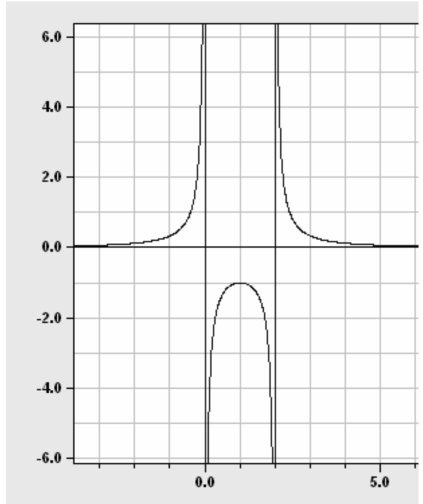
	Definitionsmenge	Polstellen/Lücken	Symmetrie	Sy / Nullstellen	Asymptote
1.	D_{max}= R\{-2}	Z(-2)= -7 ≠ 0 Pol bei x= -2	Nicht punktsymmetrisch zum Ursprung, nicht achsensymmetrisch zur f(x)-Achse, da die Polstelle nicht symmetrisch liegt	f(0)=-0,5 =>Sy (0/-0,5) f(x)=0 => 3x-1=0 => x_n=0,33	(3x-1): (x+2)= 3 − $\frac{7}{x+2}$ => a(x) = 3
2.	D_{max}= R\{-1}	Z(-1)= -2 ≠ 0 Pol bei x= -1	Siehe 1.	f(0)=-2 =>Sy (0/-2) f(x)=0 => -2 ≠ 0 => keine Nullstelle	Zählergrad (=0) < Nennergrad (=1) => x-Achse ist Asymptote, a(x) = 0
3.	D_{max}= R\{-2; 2}	Z(-2)= 16 ≠ 0 Pol bei x= -2 Z(2)= 0 Lücke bei x= 2	Nicht punktsymmetrisch zum Ursprung, nicht achsensymmetrisch zur f(x)-Achse, da die Polstelle nicht symmetrisch liegt und die Lücke nicht symmetrisch liegt.	f(0)=-1 =>Sy (0/-1) f(x)=0 => (x-2)²=0 => x_n= 2 (Nullstelle ist Lücke)	(x²-4x+4): (x²-4)= 1- $\frac{4x+8}{x^2-4}$ => a(x) = 1
4.	D_{max}= R\{0; 2}	Z(0)= 1 ≠ 0 Pol bei x= 0 Z(2)= 1 ≠ 0 Pol bei x= 2	Siehe 1.: ... da die Polstellen nicht symmetrisch zueinander liegen	f(0)= nicht def. (Pol) =>kein Sy f(x)=0 => 1 ≠ 0 => keine Nullstelle	Zählergrad (=0) < Nennergrad (=2) => x-Achse ist Asymptote, a(x) = 0
5.	D_{max}= R\{1}	Z(1)= 4 ≠ 0 Pol bei x= 1	Siehe 1.	f(0)=-1 =>Sy (0/-1) f(x)=0 => x²+2x+1=0 => x_n= -1 (doppelt)	(x²+2x+1): (x-1)= x + 3 + $\frac{4}{x-1}$ => a(x)= x +3 (lineare Funktion mit m=1 und b = 3)
6.	D_{max}= R\{1}	Z(1)= -2 ≠ 0 Pol bei x= 1	Siehe 1.	f(0)= 0 =>Sy (0/0) f(x)=0 => -2x=0 => x_n= 0	(-2x): (x-1)= - 2 - $\frac{2}{x-1}$ => a(x)= - 2
7.	D_{max}= R\{0}	Z(0)= 1 ≠ 0 Pol bei x= 0	Berechne f(-x)= $\frac{1}{-x}$ und - f(x)= - $\frac{1}{x}$ = $\frac{1}{-x}$ Es ist somit: f(-x) ≠ f(x) => keine Achsensymmetrie zur f(x)-Achse f(-x)= - f(x) => Punktsymmetrie zum Ursprung	f(0)= nicht def. (Pol) =>kein Sy f(x)=0 => 1 ≠ 0 => keine Nullstelle	Zählergrad (=0) < Nennergrad (=1) => x-Achse ist Asymptote, a(x) = 0
8.	D_{max}= R\{0; 2}	Z(0)= 1 ≠ 0 Pol bei x= 0 Z(2)= 1 ≠ 0 Pol bei x= 2	Siehe 1.: ... da die Polstellen nicht symmetrisch zueinander liegen	f(0)= nicht def. (Pol) =>kein Sy f(x)=0 => 1 ≠ 0 => keine Nullstelle	Zählergrad (=0) < Nennergrad (=3) => x-Achse ist Asymptote, a(x) = 0
9.	D_{max}= R\{-1}	Z(-1)= -3 ≠ 0 Pol bei x= -1	Siehe 1.	f(0)= -2 =>Sy (0/-2) f(x)=0 => x-2=0 => x_n= 2	(x-2): (x+1)= 1 - $\frac{3}{x+1}$ => a(x)= 1

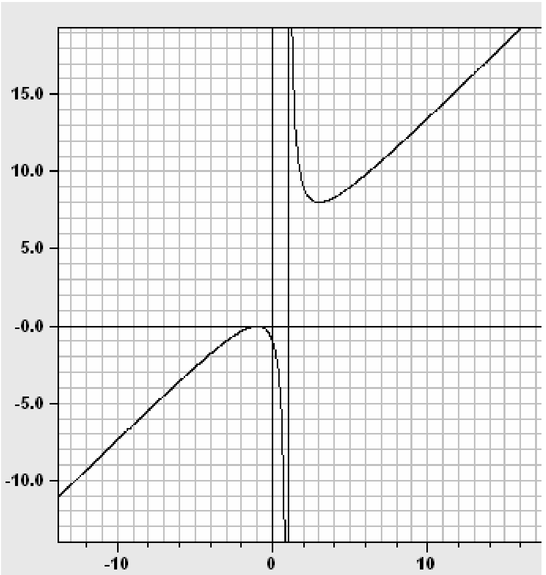
Graphen:

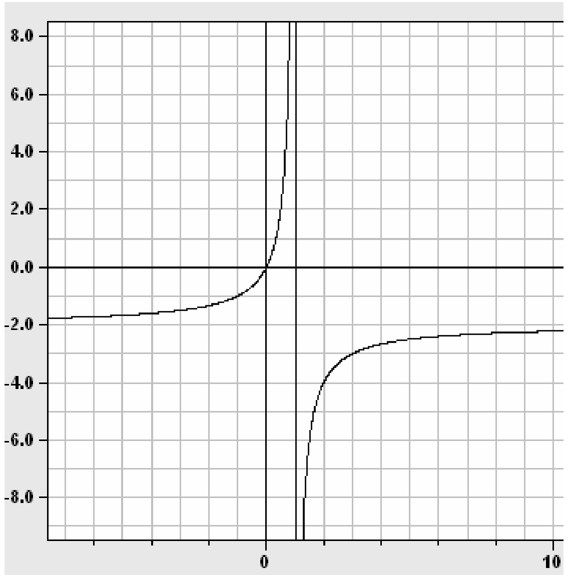

15.0
10.0
5.0
0.0
-5.0
-10
0
10

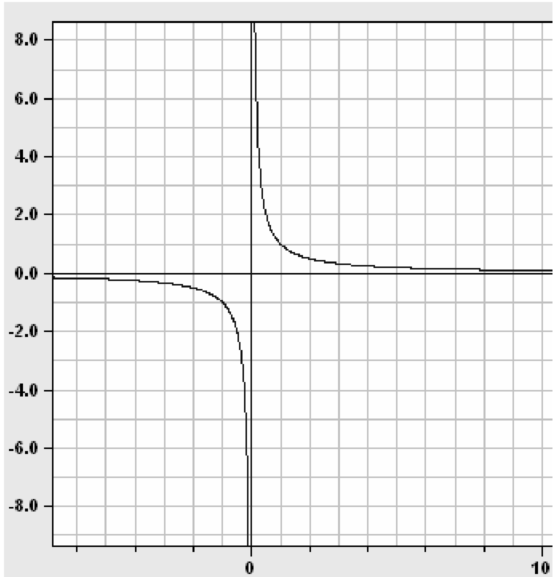

8.0
6.0
4.0
2.0
0.0
-2.0
-4.0
-6.0
-8.0
-10
0

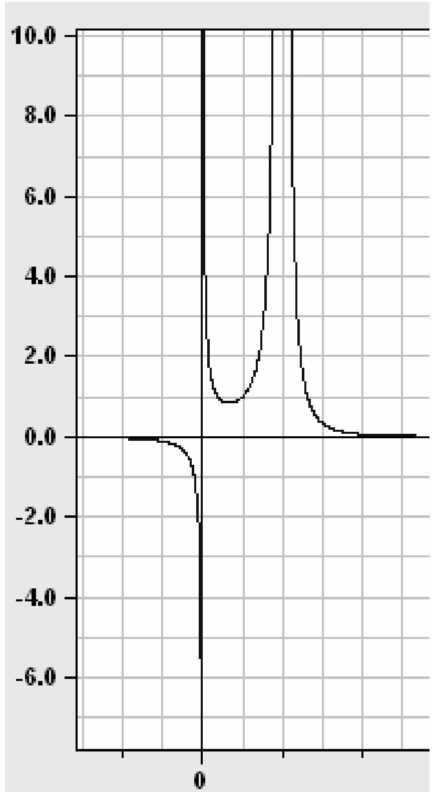

10.0
8.0
6.0
4.0
2.0
0.0
-2.0
-4.0
-6.0
-10
0
10

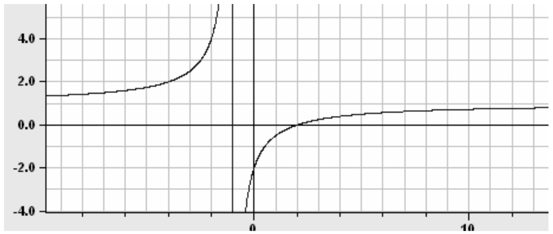

6.0
4.0
2.0
0.0
-2.0
-4.0
-6.0
0.0
5.0


15.0
10.0
5.0
-0.0
-5.0
-10.0
-10
0
10


8.0
6.0
4.0
2.0
0.0
-2.0
-4.0
-6.0
-8.0
0
10


8.0
6.0
4.0
2.0
0.0
-2.0
-4.0
-6.0
-8.0
0
10


10.0
8.0
6.0
4.0
2.0
0.0
-2.0
-4.0
-6.0
0


4.0
2.0
0.0
-2.0
-4.0
0
10